哈尔滨工业大学（深圳）

2018年秋季学期期末考试试卷

HIT Shenzhen Examination Paper

**Course Name: 矩阵分析 Lecturer: 严质彬**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Question** | **One** | **Two** | **Three** | **Four** | **Five** | **Six** | **Seven** | **Eight** | **Nine** | **Ten** | **Total** |
| **Mark** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

一、(20分) 表示所有次数小于的实系数多项式的集合, 它是上的向量空间(以多项式为"向量"). (1). 证明向量组



是的一个基, 向量组



是的一个基; (2). 定义映射如下:

,

证明是线性映射; (3). 求在(1)中给出的一对基下的矩阵表示.

二、(20分) (1). 设, 写出的不变子空间的定义, 并证明是的一个不变子空间; (2). 设

,

求子空间的一个基; (3). 将(2)中求出的基扩张成的一个基; (4).求所确定的到的线性变换在(3)中给出的基下的矩阵表示.

三、(10分) (1). 什么是矩阵的行列式因子和不变因子? (2). 什么是单位模阵? (3). 求矩阵



的Smith标准型.

四、(10分) 求复数域上的矩阵



的Jordan标准型, 并求出相应的相似变换矩阵.

五、(10分) (1). 已知中三个向量

,

求解最小值问题; (2). 求到子空间的正交投影矩阵.

六、(10分) (1). 写出矩阵的正交-三角分解定理; (2). 求矩阵



的正交-三角分解.

七、(10) (1). 什么是正规矩阵? (2). 写出关于正规矩阵的Schur定理; (3). 写出酉矩阵的四个等价条件, 并证明酉矩阵的所有特征值的模均为1.

八、(10分) (1). 什么是矩阵的奇异值分解? (2) 定义映射如下



证明单位圆周



在映射下的像是椭圆, 并求出该椭圆的长半轴和短半轴.